

Nachklausur zur Vorlesung Stochastik A

Aufgabe 1

Die Ereignisse A , B und C seien unabhängig und es gelte

$$P(A) = \frac{1}{2}, \quad P(B) = \frac{1}{3} \quad \text{sowie} \quad P(C) = \frac{1}{4}$$

- (a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass
- Alle drei Ereignisse eintreten,
 - Mindestens eines der Ereignisse eintritt.
- (b) Bestimmen Sie die bedingten Wahrscheinlichkeiten
- $P(A \cap B | B \cap C)$,
 - $P(A \cup B | B \cup C)$. (3+3)

Aufgabe 2

Zwei Personen werfen gleichzeitig je einen fairen Würfel. Dieses Experiment wird so oft wiederholt, bis erstmals mindestens eine Sechs erscheint.

- (a) Es sei A_k das Ereignis, dass in den ersten k Runden keine Sechs erscheint ($k \in \mathbb{N}$).
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit von A_k .
- (b) Es sei B_k das Ereignis, dass in der k -ten Runde beide Spieler eine Sechs werfen.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit von B_k .
- (c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit endet dieses Experiment damit, dass beide Personen gleichzeitig eine Sechs werfen? (2+1+3)

Aufgabe 3

Die Zufallsgröße X sei standardnormalverteilt, habe also die Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}, \quad -\infty < x < \infty.$$

- (a) Bestimmen Sie $E|X|$ und EX^3 ,
- (b) Bestimmen Sie eine Dichtefunktion zu $|X|$. (3+3)

Aufgabe 4

- (a) Die Zufallsvariable X sei exponentialverteilt mit Parameter 1, habe also die Verteilungsfunktion $F(x) = 1 - e^{-x}$, $x \geq 0$.

Bestimmen Sie die Verteilung von $Y := -\log(1 - \exp(-X))$.

- (b) Die Zufallsvariablen X und Y seien unabhängig: X sei exponentialverteilt mit Parameter 1, Y sei gleichverteilt auf dem Intervall $(0,1)$.
Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion zu $Z := X/Y$. (3+3)