

Stochastik für Informatiker
Klausur Sommersemester 2005

Aufgabe 1

Von den 20 Hörern einer Vorlesung haben drei im Juli Geburtstag. Eine Gruppe von fünf Studierenden wird zufällig aus diesem Hörerkreis ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind die drei im Juli Geborenen in der ausgewählten Gruppe? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2

Es seien A_1, \dots, A_n unabhängige Ereignisse mit $P(A_i) < 1$ für $i = 1, \dots, n$. Zeigen Sie, dass dann $P(\bigcup_{i=1}^n A_i) < 1$ gilt.

Bleibt diese Schlussforderung richtig, wenn man die Voraussetzung der Unabhängigkeit streicht?

Aufgabe 3

In einer großen Firma laufen 20% der Computer mit dem Betriebssystem LX und 80% mit dem Betriebssystem WN. Es ist bekannt, dass 90% der LX-Computer und 30% der WN-Computer virenfrei sind. Der Systemadministrator stellt bei einem zufällig ausgewählten System fest, dass es virenfrei ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird auf diesem Computer das Betriebssystem LX verwendet?

Aufgabe 4

Es sei $a \geq 1$. Die Zufallsgrößen X und Y seien unabhängig und beide gleichverteilt auf dem Intervall $(0, a)$. Mit welcher Wahrscheinlichkeit

- a) hat die Summe der beiden Zufallsgrößen einen Wert größer als 1,
- b) ist X kleiner als $2 \cdot Y$?

Aufgabe 5

Es sei $a > 0$ und $f(x) := \begin{cases} \frac{1}{c+x} & \text{für } 0 < x < a, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$

- a) Für welchen Wert von c handelt es sich bei f um eine Wahrscheinlichkeitsdichte?
- b) Es sei nun c so gewählt, dass f eine Wahrscheinlichkeitsdichte ist. Weiter sei X eine Zufallsdichte mit dieser Dichtefunktion. Bestimmen Sie den Erwartungswert zu X .

Aufgabe 6

- a) Die Zufallsvariable X sei exponentialverteilt mit Parameter 1. Bestimmen Sie die momenterzeugende Funktion zu X .
- b) Die Zufallsvariablen X_1, \dots, X_n seien unabhängig und exponentialverteilt mit Parameter 1. Bestimmen Sie die momenterzeugende Funktion M_n zum Mittelwert $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ der Zufallsvariablen.
- c) Bestimmen Sie die Grenzfunktion M zu M_n , die man mit $n \rightarrow \infty$ erhält, und geben Sie ein Beispiel für eine Zufallsgröße mit momenterzeugender Funktion M .